

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ МЕТОДА ВЫРАВНИВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

CONSIDERING THE EVALUATION OF VEHICLES MOVEMENT INTERVALS ALIGNING METHOD PERFORMANCE ISSUE

Сидоренко Валентина Геннадьевна / Valentina G. Sidorenko,
доктор технических наук, профессор кафедры «Управление и информатика
в технических системах», Московский государственный университет путей
сообщения МГУПС (МИИТ) / Doctor of Science,
Professor of the department «Management and Information
Technology in Engineering systems», Moscow State University of Railway Engineering,
valenfalk@mail.ru

Сафронов Антон Игоревич / Anton I. Safronov,
ассистент кафедры «Управление и информатика в технических системах»
Московского государственного университета путей сообщения МГУПС (МИИТ) /
Assistant of the department «Management and Information Technology in Engineering sys-
tems», Moscow State University of Railway Engineering,
flash_a@mail.ru

Аннотация

Представлено возможное доказательство быстродействия метода выравнивания интервалов движения транспортных средств на примере Московского метрополитена. Доказательство проводится методом математической индукции для следующих случаев: ввода/снятия одного состава, равномерного ввода/снятия нескольких составов, ввода/снятия нескольких составов подряд. Получено аналитическое выражение, позволяющее рассчитывать длительность переходного процесса, связанного с изменением парности движения, при учёте положения в последовательности выбранного транспортного средства. Оценена сверху длительность переходного процесса с момента подачи диспетчером сигнала на ввод/снятие состава.

Abstract

A possible proof of vehicles movement intervals aligning method performance on example of the Moscow metro is presented. The proof is carried out by the method of mathematical induction in following cases: single train insertion/removal, multiple trains insertion/removal in regular intervals, multiple

trains insertion/removal in a row. An analytical expression, which allows to calculate the transition process associated with the change of parity movement duration, considering the selected vehicle position in the sequence is obtained. The maximum duration of transition process since the signal for trains insertion/removal giving by dispatcher is evaluated.

Ключевые слова: метрополитен, потенциальная оценка быстродействия, метод выравнивания интервалов движения, равномерность, алгоритм деления Евклида, математическая индукция.

Keywords: metro, potential evaluation of performance, vehicles movement intervals aligning method, uniformity, Euclid division algorithm, mathematical induction.

В современных крупных городах качество жизни населения напрямую связано с ритмичностью работы городского общественного транспорта. Ритмичность работы городского общественного транспорта основывается преимущественно на правильном составлении расписания движения единиц подвижного состава. В связи с этим ак-

туальными задачами, выходящими на первый план, являются задачи автоматизации составления расписания с учётом реальных условий эксплуатации и ресурсов для обеспечения быстродействия работы единиц подвижного состава в экстремальных условиях. Для каждого вида единиц подвижного состава городского общественного транспорта эти условия и ресурсы сильно отличаются. Авторами предлагается рассмотреть решение задачи составления расписания на примере условий и ресурсов Московского метрополитена.

Основное направление развития Московского метрополитена – создание интегрированных систем управления, которые обеспечивают слаженную работу всех его служб. Фундаментом обеспечения безопасности перевозочного процесса на метрополитене служит его правильное планирование. Автоматизация планирования перевозочного процесса в условиях ускоренного развития сети Московского метрополитена является на сегодняшний день задачей чрезвычайной важности. В связи с этим в статье рассматривается один из важнейших аспектов планирования перевозочного процесса, реализованный в составе автоматизированной системы построения планового графика движения пассажирских поездов метрополитена (АСП ПГД ППМ), а именно аспект обеспечения равномерности движения пассажирских поездов. Автоматизации планирования перевозочного процесса на метрополитене, а также внедрению разработок в этой области посвящён цикл работ российских учёных [1 – 3].

Планирование перевозочного процесса заключается в построении планового графика движения (ПГД) пассажирских поездов метрополитена. Автоматизированное построение ПГД основывается на последовательной реализации сценариев для каждого процесса ПГД в отдельности. Процессы, происходящие на линии, подразделяются на переходные и стационарные.

Стационарным процессом ПГД называется процесс, при котором парность остаётся постоянной в течение времени большего, чем время полного оборота состава. Эти процессы соответствуют работе метрополитена при организации движения с максимальной парностью (часов «пик») и минимальной парностью (часов «непик»), а также во время ночной расстановки составов. Стационарные процессы ПГД соединяются переходными процессами ПГД, которые возникают при изменении парности движения.

В соответствии с технологией работы метрополитена имеется определённая последовательность процессов ПГД [4].

Существенным при обслуживании пассажиров является равномерность интервалов движения. В стационарных процессах все интервалы движения должны быть равны между собой. В переходных процессах в связи с изменением количества составов на линии интервалы движения не равны между собой. Снижение уровня дискомфорта, причиняемого пассажирам неравенством интервалов движения, осуществляется путём равномерного ввода/снятия составов [4 – 6] с последующим выравниванием интервалов движения [6 – 8].

Равномерный ввод/снятие составов определяется в соответствии с формулировкой, данной в [5]. Равномерными расположениями исключаемых K элементов из множества N_s элементов называются такие расположения, при которых длины двух соседних серий элементов отличаются не более, чем на один элемент. При этом серией называется последовательность элементов, начинающаяся с исключаемого элемента и заканчивающаяся элементом, предшествующим следующему исключаемому.

Найдём потенциальную оценку длительности переходного процесса выравнивания интервалов движения

$D(N_s, K)$ после того, как снятие K составов было завершено.

Доказательства в статье приводятся в предположении, что любой поезд может остановиться сразу после получения команды, а не только на станции. На реальных линиях метрополитена поездные диспетчеры могут планомерно (не экстренно) останавливать пассажирские поезда только на станциях. Учёт этого обстоятельства, безусловно, приведет к некоторому увеличению длительности переходного процесса выравнивания интервалов движения.

Одновременно предполагается, что до начала снятия составов все N_s поездов двигались с равными интервалами движения $\frac{T_{по}}{N_s}$, где $T_{по}$ – время полного оборота.

Для определения времени, необ-

$$T(N_s, 1, 1) = \frac{2T_{по}}{N_s} - \frac{T_{по}}{(N_s - 1)} = \frac{(N_s - 2)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (1)$$

Ввод сверхрежимной выдержки (СРВ), длительность которой определяется выражением (1), позволяет уменьшить интервал движения между поездами, являвшимися соседями снятого

ходимого для выравнивания интервалов движения у всех поездов на линии после снятия составов, воспользуемся методом математической индукции. Сначала рассмотрим снятие одного состава с линии. После выполнения этого действия у поезда, следующего за снятым, интервал движения удвоится $\frac{2T_{по}}{N_s}$. У

остальных поездов он останется неизменным. При этом все поезда должны перейти на новый интервал движения, равный $\frac{T_{по}}{N_s - 1}$.

Для перехода к новому интервалу движения $J(N_s, 1, 1) = \frac{T_{по}}{N_s - 1}$ последний перед снятым составом поезд должен остановиться на время, определяемое следующим выражением:

состава, до требуемого значения.

После выполнения этой СРВ интервал движения между предпоследним и последним перед снятым составом поездами станет равным:

$$J(N_s, 1, 2) = \frac{T_{по}}{N_s} + \frac{T_{по}(N_s - 2)}{N_s(N_s - 1)} = \frac{2N_s - 3}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (2)$$

Для перехода к новому интервалу движения предпоследний перед снятым составом поезд должен остановить-

ся на время, определяемое следующим выражением:

$$T(N_s, 1, 2) = \frac{T_{по}(2N_s - 3)}{N_s(N_s - 1)} - \frac{T_{по}}{N_s - 1} = \frac{(N_s - 3)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (3)$$

После этого интервал движения между третьим и вторым перед снятым

составом поездами станет равным:

$$J(N_s, 1, 3) = \frac{T_{по}}{N_s} + \frac{T_{по}(N_s - 3)}{N_s(N_s - 1)} = \frac{2N_s - 4}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (4)$$

Пусть интервал движения между $(i-1)$ -м поездом, который выполнил

СРВ, и предыдущим определяется следующим выражением:

$$J(N_s, 1, i) = \frac{T_{по}}{N_s} + \frac{T_{по}(N_s - i)}{N_s(N_s - 1)} = \frac{2N_s - (i + 1)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (5)$$

Пусть для перехода к новому интервалу движения i -й, предшествующий снятому составу, поезд должен

остановиться на время, определяемое следующим выражением:

$$T(N_s, 1, i) = \frac{N_s - (i + 1)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (6)$$

Тогда для $(i+1)$ -го поезда верно утверждение, что интервал движения

между i -ми и $(i+1)$ -м поездами будет равен:

$$J(N_s, 1, i + 1) = \frac{T_{по}}{N_s} + \frac{T_{по}(N_s - (i + 1))}{N_s(N_s - 1)} = \frac{2N_s - (i + 2)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (7)$$

В этом случае $(i+1)$ -му поезду для перехода к новому интервалу движения необходимо остановиться на

время, определяемое следующим выражением:

$$T(N_s, 1, i + 1) = \frac{2N_s - (i + 2)}{N_s(N_s - 1)} T_{по} - \frac{T_{по}}{N_s - 1} = \frac{N_s - (i + 2)}{N_s(N_s - 1)} T_{по}. \quad (8)$$

Таким образом, методом математической индукции показано, что для случая снятия с линии одного состава длительностей СРВ (что должны выполнить все поезда для выравнивания интервалов движения на линии) и интервалы движения между поездом, который выполнил СРВ, и предыдущим определяются зависимостями (6) и (5) соответственно. Выражение (6) достигает своего максимального значения при заданном N_s при $i=1$ и не превышает величины исходного интервала движения. Зависимость (6) при $T_{по} = 1$

проиллюстрирована рис. 1.

Значение функции $T(N_s, 1, i)$ достигает нулевого значения при $i = N_s - 1$, что соответствует тому факту, что для выравнивания интервалов движения СРВ должны выполнить все поезда на линии, кроме поезда, который следует непосредственно за снятым составом. Одновременно, после выполнения СРВ $(N_s - 2)$ -м поездом, интервал между ним и $(N_s - 1)$ -м поездом в соответствии с выражением (5) сразу становится равным плановому:

$$J(N_s, 1, N_s - 1) = \frac{2N_s - (N_s - 1 + 1)}{N_s(N_s - 1)} T_{по} = \frac{T_{по}}{N_s - 1}. \quad (9)$$

Так как все поезда могут остановиться одновременно, длительность пе-

реходного процесса определяется максимальной длительностью вводимой

СРВ, то есть значением $T(N_s, 1, i)$ при $i = 1$:

$$D(N_s, 1) = T(N_s, 1, 1) = \frac{(N_s - 2)}{N_s (N_s - 1)} T_{по}. \quad (10)$$

Из анализа графика (рис. 1) видно, что чем больше поездов на линии, тем меньше длительность, необходимая

для выравнивания интервалов движения СРВ при $N_s \geq 4$.

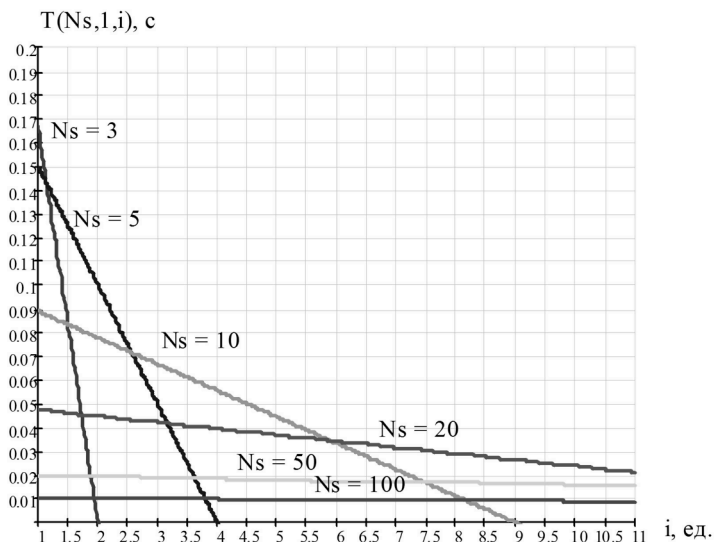


Рис. 1. Длительности СРВ, которые выполняют i -е поезда при различном исходном количестве поездов на линии N_s

Зависимость (10) при $T_{по} = 1$ проиллюстрирована рис. 2.

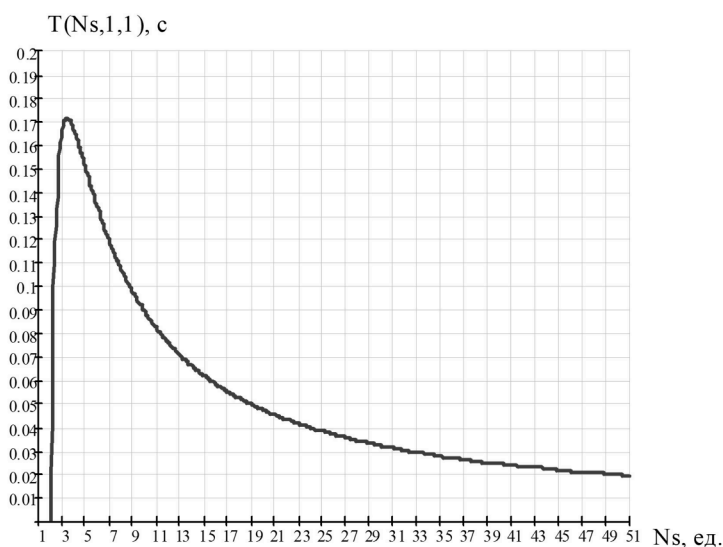


Рис. 2. Длительность переходного процесса выравнивания интервалов движения при снятии одного состава

Рассмотрим ситуацию, когда с линии производится равномерное снятие K составов. Пусть K является делителем N_s . В этом случае все серии поездов будут одной длины $\frac{N_s}{K}$, и поезда, следующие непосредственно за снимаемыми, не должны будут выполнять СРВ для выравнивания интервалов движения, так как интервалы между ними будут равны изначально. Внутри каждой серии переходный процесс бу-

дет аналогичен рассмотренному выше. Его длительность, как и ранее, будет определяться длительностью СРВ, выполняемой поездом, непосредственно предшествующим снятому составу. Для перехода к новому интервалу движения, равному $J(N_s, K, 1) = \frac{T_{по}}{N_s - K}$, послед-

ний перед снятым поездом должен остановиться на время, определяемое выражением:

$$D(N_s, K) = T(N_s, K, 1) = \frac{2T_{по}}{N_s} - \frac{T_{по}}{(N_s - K)} = \frac{N_s - 2K}{N_s(N_s - K)} T_{по}. \quad (11)$$

Проиллюстрируем полученную зависимость рис. 3. По технологии работы метрополитена снятие более половины составов не производится, что определяет приведённый на рис. 3 диапазон изменения переменной K . При $K = \frac{N_s}{2}$ в соответствии с формулой (11)

длительность переходного процесса равна нулю. Действительно, в этом случае при чётном значении N_s равномерное снятие осуществляется через один состав, и интервалы движения поездов автоматически становятся равными плановым интервалам движения [6].

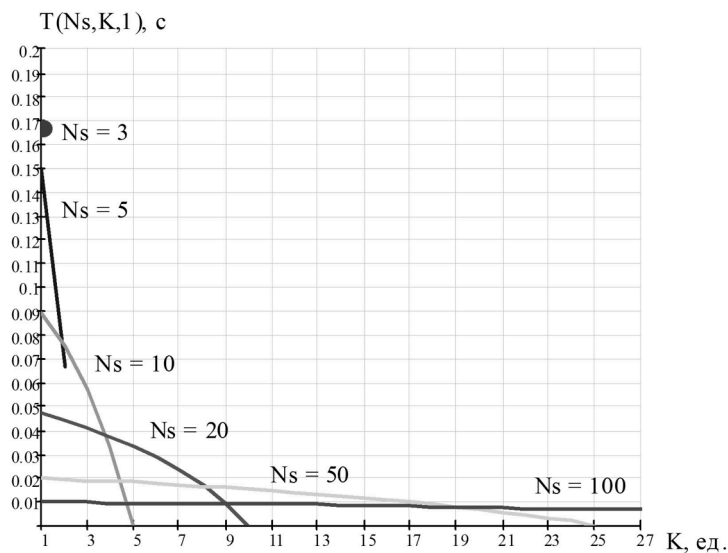


Рис. 3. Длительность переходного процесса выравнивания интервалов движения при равномерном расположении K снимаемых составов

Полученное выражение (11) не противоречит приведённому в [6] утверждению, что при наилучшем способе снятия составов, которым является равномерное снятие, длительность пе-

реходного процесса выравнивания интервалов не превысит исходного интервала следования поездов $\frac{T_{по}}{N_s}$.

Пусть осуществляется равномерное снятие $K + 1$ состава, $K + 1$ – делитель N_s . Для перехода к новому интер-

валу движения последний перед снятым поезд должен остановиться на время, определяемое выражением:

$$T(N_s, K + 1, 1) = \frac{2T_{по}}{N_s} - \frac{T_{по}}{(N_s - (K + 1))} = \frac{T_{по}(N_s - 2(K + 1))}{N_s(N_s - (K + 1))}. \quad (12)$$

Таким образом, методом математической индукции показано, что время, необходимое для выравнивания интервалов у всех поездов на линии для случая снятия с линии K составов, определяется зависимостью (11).

В случае, когда K не является делителем N_s и их наибольший общий делитель $НОД(N_s, K)$ равен единице, в соответствии с алгоритмом деления Евклида числа N_s и K связаны выражением:

$$N_s = ZK + P_{\max}, \quad (13)$$

где Z – частное от деления N_s на K , равное длине коротких серий при равномерном расположении снимаемых составов; P_{\max} – остаток от деления N_s на K , равный количеству длинных серий при равномерном расположении снимаемых составов, длина которых равна $Z + 1$.

Рассмотрим поезд, стоящий на i -м месте, в исходной последовательности. Счёт поездов начинается со сни-

маемого состава: $i = 1$. Поезд, предшествующий первому из снятых, имеет номер 2: $i = 2$. Если i -му поезду предшествовало снятие $Y(i) + 1$ составов, то из $Y(i)$ предшествующих серий $P(Y(i))$ были длинными. В $Y(i) + 1$ серии i -й поезд будет находиться на месте $U(i)$:

$$i = ZY(i) + P(Y(i)) + U(i) + 1, \quad (14)$$

при

$$0 \leq P(Y(i)) \leq P_{\max} - 1, P(0) = 0, \quad (15)$$

$$0 \leq U \leq Z - 1, \quad (16)$$

$$1 \leq i \leq N_s, \quad (17)$$

$$0 \leq Y(i) \leq K - 1. \quad (18)$$

В этом случае необходимая для перехода к новому интервалу длительность СРВ для поезда, находящегося на i -м месте, равна разности между его текущей временной координатой и требуемой:

$$\begin{aligned} Q(N_s, K, Y(i), i) &= \frac{i}{N_s} - \frac{i - Y(i) - 1}{N_s - K} = \frac{iN_s - iK - iN_s + N_s Y(i) + N_s}{N_s(N_s - K)} = \\ &= \frac{N_s(Y(i) + 1) - iK}{N_s(N_s - K)}, \end{aligned} \quad (19)$$

Ноль выражения (19) получается в том случае, если $\frac{K}{N_s} = \frac{Y(i) + 1}{i}$. Иными словами, если $Y(i) = K - 1$ и $i = N_s$,

то ноль выражения (19) может быть получен для поезда, следующего за первым из снятых. Выполнив подстановку в (19) выражения (14), при учёте (13) получим:

$$\begin{aligned}
 Q(N_s, K, i) &= \frac{N_s(Y(i)+1) - (ZY(i) + P(Y(i)) + U(i)+1)K}{N_s(N_s - K)} = \\
 &= \frac{(ZK + P_{\max})(Y(i)+1) - (ZY(i) + P(Y(i)) + U(i)+1)K}{N_s(N_s - K)} = \\
 &= \frac{P_{\max} \cdot Y(i) + N_s - (P(Y(i)) + U(i)+1)K}{N_s(N_s - K)}.
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Рассмотрим пример. Пусть производится равномерное снятие 7 составов из множества, состоящего из 45 составов. В этом случае $\text{НОД}(45, 7) = 1$. Проиллюстрируем эту ситуацию (рис.

4) согласно [5]. Снимаемые составы пронумерованы, начиная с максимально длинной последовательности серий меньшей длины.

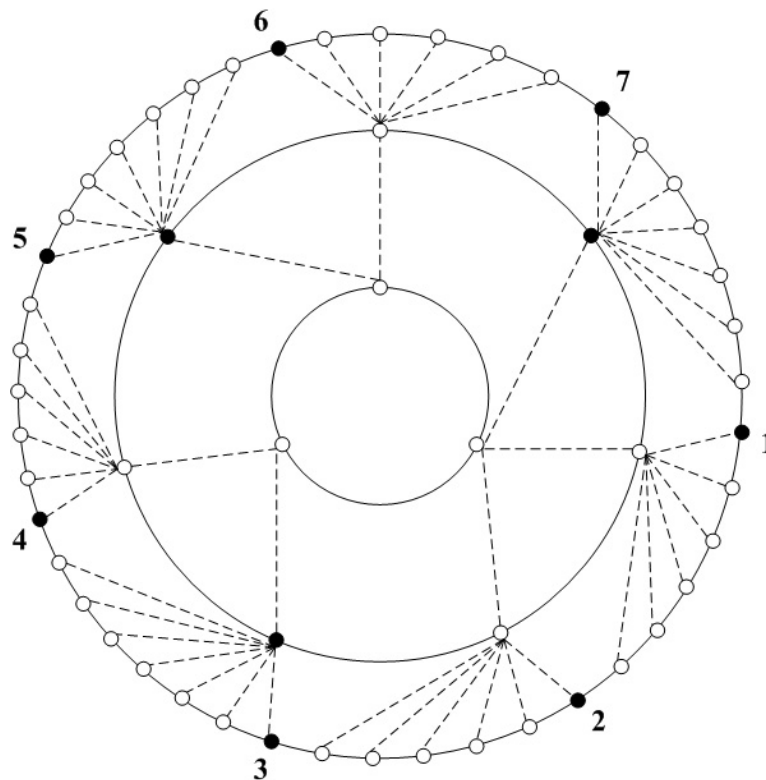


Рис. 4. Равномерное расположение 7 элементов из 45-элементного множества

На рис. 5 приведены результаты расчётов, выполненных для рассматриваемого случая, в соответствии с фор-

мулой (20). Вертикальными пунктирными линиями отмечены места расположения снимаемых составов.

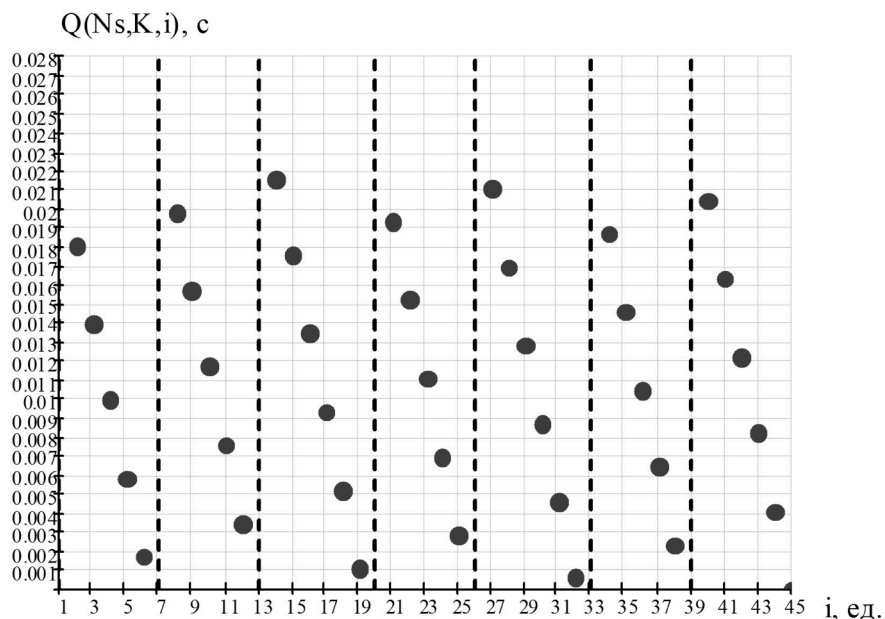


Рис. 5. График времён стоянки каждого из элементов 45-элементного множества

Длительность СРВ достигает своего максимального значения, определяющего длительность всего переходного процесса, в начале серии большей длины, следующей за максимально

длинной последовательностью серий меньшей длины (в нашем случае при $i = 14$). Полученное значение совпадает со значением, определяемым по формуле (1), приведенным в [6]. Покажем это:

$$A(n, m) = \frac{n - m - 1}{n(n - m)} \times T = \frac{45 - 7 - 1}{45 \cdot (45 - 7)} = \frac{37}{1710};$$

$$Q(N_s, K, i) = \frac{P_{\max} Y(i) + N_s - (P(Y(i)) + U(i) + 1)K}{N_s(N_s - K)} = \frac{3 \cdot 2 + 45 - (0 + 1 + 1) \cdot 7}{45 \cdot (45 - 7)} = \frac{37}{1710}.$$

Если числа K и N_s имеют наибольший общий делитель $\text{НОД}(N_s, K)$, не равный единице, то длительность переходного процесса выравнивания интервалов движения уменьшится в $\text{НОД}(N_s, K)$ раз по сравнению с длительностью переходного процесса снятия $K_1 = \frac{K}{\text{НОД}(N_s, K)}$ составов из множества $N_1 = \frac{N_s}{\text{НОД}(N_s, K)}$.

Рассмотрим наиболее неблаго-

приятное неравномерное расположение составов. Это случай, когда K составов снимаются подряд. Длительность переходного процесса, как и раньше, определяется продолжительностью СРВ поезда, перед которым было выполнено такое снятие. Для перехода к новому интервалу движения поездов $F(N_s, K, 1) = \frac{T_{\text{по}}}{N_s - 1}$ последний перед снятым составом поезд должен остановиться на время, определяемое следующим выражением:

$$G(N_s, K, 1) = \frac{T_{\text{ПО}}(K+1)}{N_s} - \frac{T_{\text{ПО}}}{N_s - K} = \frac{T_{\text{ПО}}(N_s K - K^2 + N_s - K - N_s)}{N_s(N_s - K)} =$$

$$= \frac{T_{\text{ПО}}K(N_s - K)}{N_s(N_s - K)} - \frac{T_{\text{ПО}}K}{N_s(N_s - K)} = \frac{T_{\text{ПО}}K}{N_s} \left(1 - \frac{1}{N_s - K} \right). \quad (21)$$

Проведём дальнейшие расчёты при $T_{\text{ПО}} = 1$.

Продифференцируем полученную зависимость (21) по N_s :

$$\frac{dG(N_s, K, 1)}{dN_s} = \left(\frac{K+1}{N_s} - \frac{1}{N_s - K} \right)' = \frac{-(K+1)}{N_s^2} - \frac{-1}{(N_s - K)^2} = \frac{1}{(N_s - K)^2} - \frac{K+1}{N_s^2}. \quad (22)$$

Найдём экстремум (21), для этого приравняем к нулю выражение (22):

$$\frac{dG(N_s, K, 1)}{dN_s} = 0. \quad (23)$$

После преобразований получим:

$$KN_s^2 - (2K^2 + 2K)N_s + (K^3 + K^2) = 0. \quad (24)$$

Решая квадратное уравнение относительно N_s , получаем:

$$N_{s_{1,2}}(K) = (K+1) \pm \sqrt{K+1}. \quad (25)$$

После подстановки одного из корней уравнения в зависимость (21) получаем верхнюю $L_{\text{вр}}(N_s, K)$ границу

длительности переходного процесса выравнивания интервалов движения поездов:

$$L_{\text{вр}}(N_s, K) \Big|_{N_s=(K+1)+\sqrt{K+1}} = \frac{K+1}{K+1+\sqrt{K+1}} - \frac{1}{1+\sqrt{K+1}}. \quad (26)$$

Результаты проведённых выше расчётов приведены на графике (рис. 6).

Из функциональной зависимости (21) видно, что при неравномерном расположении составов на линии длительность переходного процесса не превысит времени полного оборота.

Безусловно, переходные процес-

сы на линиях метрополитена не ограничиваются временем, затрачиваемым на выравнивание интервалов движения с момента снятия всех K составов. К этому времени добавляется время, затрачиваемое на снятие составов, которое в самом неблагоприятном случае будет равно:

$$T_{\text{сн}}^{\text{max}} = T_{\text{ПО}} - \frac{T_{\text{ПО}}}{N_s}. \quad (27)$$

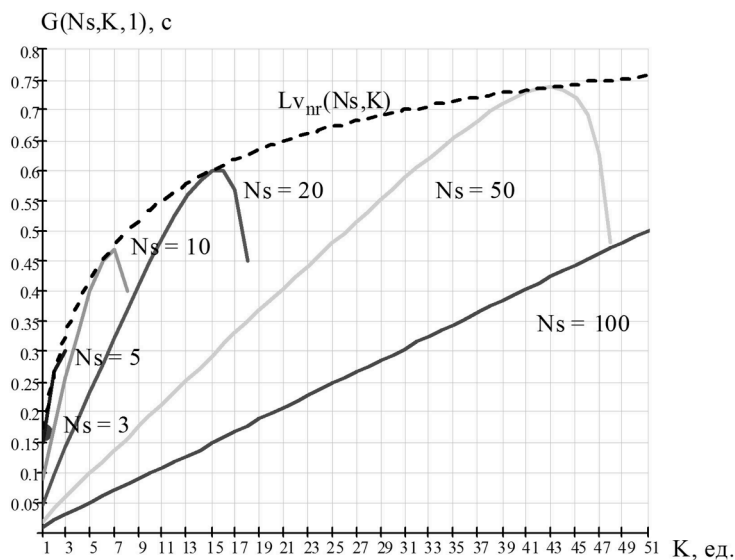


Рис. 6. Длительности переходного процесса выравнивания интервалов движения поездов при неравномерном расположении K снимаемых составов

При построении реальных ПГД, как правило, реализуется структура многоуровневой равномерности (математическая модель процесса равномерного ввода/снятия составов в течение продолжительного промежутка времени

с учетом географии линии) [4], что также приводит к увеличению длительности переходных процессов выравнивания интервалов движения по сравнению с полученными в статье потенциальными оценками.

Литература

1. Баранов Л.А., Жербина А.И. Построение на ЭВМ графиков движения поездов метрополитена // Вестник ВНИИЖТ. – 1981. – № 2. – С. 17 – 20.
2. Феофилов А.Н. Математическая модель составления графиков движения поездов на линиях метрополитена // Вестник ВНИИЖТ. – 1991. – № 7. – С. 10 – 13.
3. Василенко М.Н., Дегтярев Д.П., Максименко О.А. Проблемы визуального анализа графика движения поездов на метрополитене и методы их решения / Неделя науки – 2002. – СПб.: ПГУПС, 2002.
4. Сафронов А.И., Сидоренко В.Г. Построение планового графика движения для метрополитена // Мир транспорта. – 2010. – № 3. – С. 98 – 105.
5. Концевич М.Л. Равномерные расположения // Квант. – 1985. – № 7. – С. 51 – 52, 59.
6. Сеславин А.И., Сеславина Е.А. Принципы равномерности в задачах управления потоками пассажирского транспорта // Прикладная информатика. – 2009. – № 2(20). – С. 91 – 95.
7. Сидоренко В.Г., Рындина Е.Ю. Методы выравнивания интервалов движения поездов метрополитена // Вестник МИИТ. – 2008. – Вып. 18. – С. 8 – 10.
8. Сеславин А.И., Воробьева Л.Н. Градиентный способ централизованного управления городскими транспортными системами // Наука и техника транспорта. – 2004. – № 4.