C6) Equations de droites

Théorème : dans un repère du plan, toute droite D **non parallèle à l'axe des ordonnées (Oy)** est la représentation graphique d'une fonction affine. Elle a donc une équation de la forme y = ax + b

a est le coefficient directeur : si A (x_A , y_A) et B(x_B , y_B) sont 2 points distincts de D, a = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

b l'ordonnée à l'origine : D passe par le point de coordonnées (0,b)

Remarques : 1) on note aussi cette équation sous la forme y = mx + p

2) Si D est **parallèle à l'axe des abscisses (Ox)**, alors a = 0 et D a une équation de la forme **y = b**

Droite parallèle à l'axe des ordonnées (Oy) : tous les points de la droite Δ parallèle à (Oy) et passant par le point C (c,0) ont pour abscisse c . Cette droite a pour équation **x = c**

Propriété : Dans un repère, 2 droites D et D' d'équations respectives y = ax + b et y = a'x + b' sont **parallèles** si et seulement si elles ont le **même coefficient directeur**, c'est à dire **a = a'**

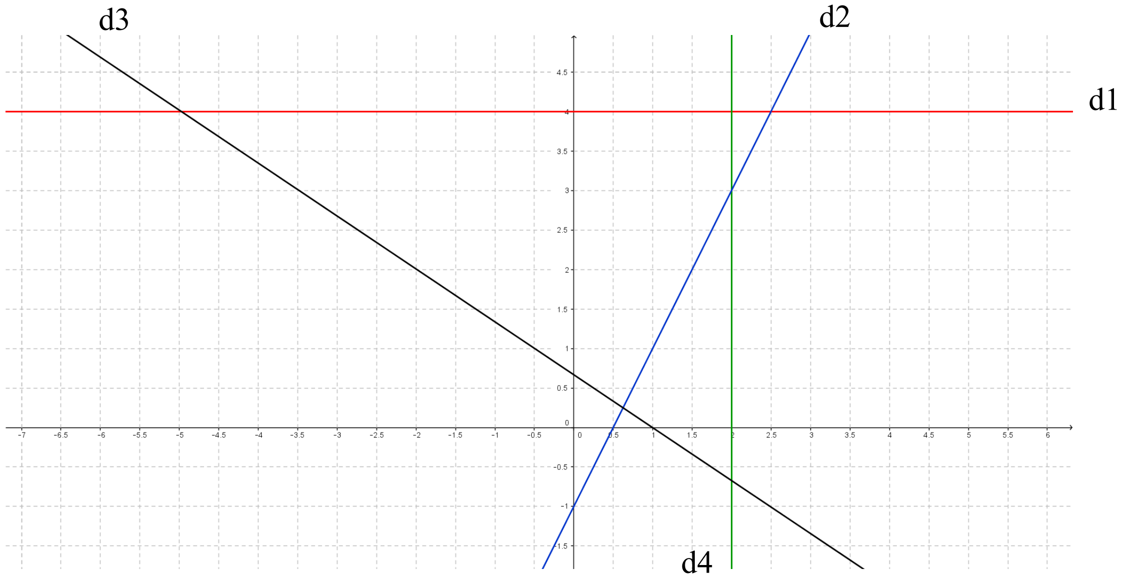
Conséquence : si a ≠ a' alors D et D' sont sécantes.

Pour déterminer le point d'intersection A de 2 droites sécantes :

1) On détermine l'abscisse A en résolvant l'équation ax + b = a'x + b'
2) On détermine l'ordonnée de A en remplaçant x par la valeur trouvée dans l'équation de D (ou de D')

Proriété : 3 points A, B et C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur

Application 1 : déterminer graphiquementl'équation d'une droite



Equation de d_1	Equation de d_2	Equation de d_3	Equation de d_4
d_1 est horizontale donc son équation est de la forme **y = b** Le point d'intersection avec (Oy) est (0;4) donc **b = 4** Donc d_1 **: y = 4**	d_2 : y = ax + b Le point d'intersection avec (Oy) est (0;-1) donc **b = -1** En partant de (0;-1) et en se déplaçant de 1 unité sur la droite, il faut monter de 2 unités pour revenir sur la droite, donc **a = 2** Donc d_2 **: y = 2x - 1**	d_3 : y = ax + b On ne peut pas lire graphiquement les valeurs de a et b La droite passe par A (-2;2) et B (1;0) Calcul de a : $\frac{0-2}{1-(-2)} = \frac{-2}{3}$ Donc d_3 : y = $\frac{-2}{3}$ x + b Calcul de b : en utilisant B (1;0) 0 = $\frac{-2}{3}\times 1$ + b donc b = $\frac{2}{3}$ Donc d_3 : y = - $\frac{2}{3}$x + $\frac{2}{3}$	d_4 est verticale et passe par (2;0) donc son équation est x = 2

Application 2 : étudier la position relative de 2 droites

Etudier la position relative de 2 droites, c'est déterminer si elles sont sécantes ou parallèles. Dans le cas où elles sont sécantes, il faut déterminer les coordonnées de leur point d'intersection

Exemple : dans un repère, on donne les droites D_1, D_2 et D_3 d'équations respectives y = 3x -4, y = 2x + 1 et y = 3x + 1

Position relative de D_1 et D_3 : D_1 et D_3 sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur (3)

Position relative de D_1 et D_2 : D_1 et D_2 ont des coefficients directeurs différents ($3 \neq 2$) donc D_1 et D_2 sont sécantes.

Abscisse du point d'intersection : on résout l'équation 3x – 4 = 2x + 1

équivaut à x = 5

Ordonnée du point d'intersection : on remplace x par 5 dans l'équation de D_1

$y = 3\times5 - 4 = 15 - 4 = 11$

(ou de D_2: $y = 2\times5 + 1 = 11$)

Le point d'intersection a pour coordonnées (5;11)

Position relative de D_2 et D_3 : D_2 et D_3 ont des coefficients directeurs différents ($3 \neq 2$) donc D_2 et D_3 sont sécantes.

Abscisse du point d'intersection : on résout l'équation 2x + 1 = 3x + 1

équivaut à x = 0

Ordonnée du point d'intersection : on remplace x par 0 dans l'équation de D_2

y = 1

Le point d'intersection a pour coordonnées (0;1)

Application 3 : trouver l'équation d'une droite parallèle à une droite donnée

1) trouver l'équation de la droite D' parallèle à D d'équation y = 2x + 1 et passant par A (-2,1)

D' est parallèle à D donc elle a le même coefficient directeur 2 : y = 2x + b

Pour trouver b, on remplace x et y par les coordonnées de A :

$1 = 2\times(-2) + b$ équivaut à b = 5 donc D' : y = 2x + 5

2) trouver l'équation de la droite D' parallèle à (AB) et passant par C avec A (4;-2) B (0;1) et C (2;3)

Equation de (AB) :

Coefficient directeur : a = $\frac{1-(-2)}{0-4}$ = $\frac{-3}{4}$

Ordonnée à l'origine : b = 1

Donc (AB) : y = -0,75x + 1

D' est parallèle à D donc elle a le même coefficient directeur -0,75 : y = -0,75x + b

Pour trouver b, on remplace x et y par les coordonnées de C :

3 = $-0{,}75\times 2$ + b équivaut à b = 4,5 donc D' : y = -0,75x + 4,5

Application 4 : alignement de 3 points

Les points A (1;-1), B (3,5) et C (4;8) sont-ils alignés ?

$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ = $\frac{5+1}{3-1}$ = $\frac{6}{2}$ = 3

$\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}$ = $\frac{8+1}{4-1}$ = $\frac{9}{3}$ = 3

A, B et C sont alignés car (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur