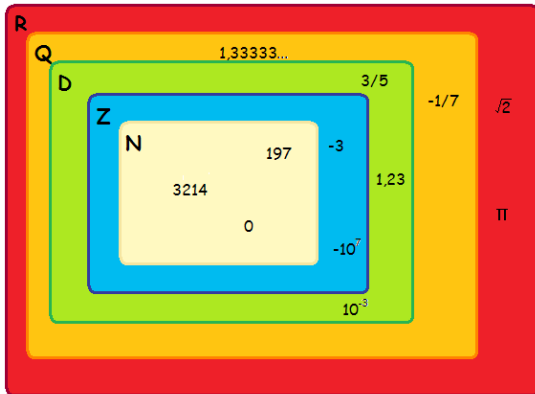


C2 Les intervalles de IR

1. Les différents ensemble de nombres



On travaille en mathématiques avec différents ensembles de nombres :

- ⌚ l'ensemble des entiers naturels, noté **N** : $N = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$.
- ⌚ l'ensemble des entiers relatifs, noté **Z** : $Z = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$.
- ⌚ l'ensemble des décimaux, noté **D**.

Un nombre décimal est le quotient d'un entier relatif par une puissance de 10 : $\frac{a}{10^n}$, par

exemple $\frac{32}{100}$, mais aussi $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Les nombres décimaux sont ceux qui ont une écriture décimale finie.

- ⌚ l'ensemble des rationnels, noté **Q**.

Un nombre rationnel est le quotient $\frac{a}{b}$ d'un entier relatif a par un entier naturel non nul b .

Les nombres rationnels sont ceux qui ont une écriture décimale périodique.









- ⌚ l'ensemble des réels, noté **R**, qui est l'ensemble de tous les nombres usuels. Les nombres réels correspondent aux abscisses possibles d'un point sur une droite graduée. Les nombres réels qui ne sont pas rationnels sont appelés irrationnels. Parmi eux, on trouve $\sqrt{2}$ ou π .

Ces différents ensembles de nombres sont inclus les uns dans les autres

2. Les intervalles de IR

Les intervalles réels sont des sous-ensembles (ou des parties) de l'ensemble des réels IR. Leur représentation sur la droite numérique est un segment ou une demi-droite dont les extrémités peuvent être exclues. C'est d'ailleurs ce qui fait qu'un intervalle est ouvert ou fermé.

Les différents types d'intervalles : dans le tableau ci-dessous, a et b sont deux réels tels que $a < b$

Notation	Représentation sur la droite réelle	Ensemble des réels x tels que
$[a ; b]$		$a \leq x \leq b$
$[a ; b[$		$a \leq x < b$
$]a ; b]$		$a < x \leq b$
$]a ; b[$		$a < x < b$
$] -\infty ; b]$		$x \leq b$
$] -\infty ; b[$		$x < b$
$[a ; +\infty [$		$a \leq x$
$]a ; +\infty [$		$a < x$

Quelques remarques sur ce tableau :

- ⌚ Le fait de dire qu'un intervalle est par exemple ouvert en b signifie que le réel b ne fait pas partie de celui-ci.
Exemple : 2 appartient à $[-1;2]$; on note $2 \in [-1;2]$
Mais 2 n'appartient pas à $[-1;2[$; on note $2 \notin [-1;2[$
- ⌚ Les deux réels qui délimitent un intervalle sont appelés **bornes** de l'intervalle.
- ⌚ La notation $+\infty$ se lit "plus l'infini". Contrairement à ce que l'on pourrait croire, $+\infty$ n'est pas un nombre. C'est juste un symbole pour désigner le "bout positif et infiniment grand" de l'ensemble des réels. C'est une sorte d'horizon...
- ⌚ La notation $-\infty$ se lit elle "moins l'infini".
- ⌚ L'intervalle $] -\infty ; +\infty [$ représente l'ensemble des réels
- ⌚ Aux infinis (en $-\infty$ et $+\infty$), le crochet est toujours ouvert.

3. Intersection et union

$I \cup J$ est l'union des intervalles I et J (les éléments de $I \cup J$ sont ceux qui sont dans I ou dans J ou dans les 2)

$I \cap J$ est l'intersection des intervalles I et J (les éléments de $I \cap J$ sont ceux qui sont à la fois dans I et dans J)